

**Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie,
Portfolio Management und Versicherungswirtschaft**

Nr. 133

Portfolioselektion mit Shortfallrisikomaßen

VON

PETER ALBRECHT

Mannheim 09/2001

Portfolioselektion mit Shortfallrisikomaßen*

Peter Albrecht, Universität Mannheim

1. Einführung

Die klassische, von Markowitz entwickelte, Portfoliotheorie basiert auf spezifischen Risikomaßen, der Renditevarianz bzw. der Renditestandardabweichung. Diese Risikomaße messen primär die Volatilität der Renditeentwicklung. Alternativ werden in jüngerer Zeit Risikomaße betrachtet, welche die Gefahr des Shortfalls, der Unterschreitung eines vom Investor gesetzten Targets z (Planrendite, gewünschte Mindestrendite) in den Vordergrund stellen.

Eine allgemeine Klasse von Shortfallrisikomaßen sind die Lower Partial Moments der Ordnung $k \geq 0$, definiert durch

$$LPM_k(z; R) := E[\max(z - R, 0)^k] . \quad (1a)$$

Im Falle einer stetigen Zufallsvariablen R mit Dichtefunktion $f(r)$ spezialisiert sich dies zu

$$LPM_k(z; R) = \int_{-\infty}^z (z - r)^k f(r) dr , \quad (1b)$$

im Falle einer diskreten Zufallsvariablen R mit Realisationen r_1, \dots, r_n und zugehörigen Eintrittswahrscheinlichkeiten p_1, \dots, p_n zu

$$LPM_k(z; R) = \sum_{r_i < z} (z - r_i)^k p_i = \sum (z - r_i)^k p_i I_z(r_i) , \quad (1c)$$

dabei ist $I_z(r)$ eine Indikatorfunktion mit $I_z(r) = 1$, wenn $r < z$, und ansonsten $I_z(r) = 0$.

* Ausarbeitung für das DAV-Seminar „Spezialwissen Finanzmathematik“, Mannheim, 12./13. Oktober 2001.

In Anwendungen konzentriert man sich dabei üblicherweise auf drei Spezialfälle, die den Ordnungen $n = 0, 1$ und 2 entsprechen. Diese Spezialisierungen sind die Shortfallwahrscheinlichkeit

$$SW(z; R) = P(R < z) , \quad (2)$$

der Shortfallerwartungswert

$$SE(z; R) = E[\max(z - R, 0)] \quad (3)$$

und die Shortfallvarianz¹

$$SV(z; R) = E[\max(z - R, 0)^2] \quad (4a)$$

Zusätzlich zur Shortfallvarianz betrachtet man zudem die Shortfallstandardabweichung

$$SSD(z; R) = \sqrt{SV(z; R)} \quad (4b)$$

Neben der direkteren Kontrolle des Shortfallrisikos des Investors hinsichtlich des (bzw. der) von ihm gesetzten Targets beinhalten Shortfallrisikomaße Vorteile beim Vorliegen asymmetrischer Verteilungen von R . Es gibt umfangreiche empirische Evidenz, dass auf Finanzmärkten eher asymmetrische Renditeverteilungen vorliegen, denn symmetrische². Insofern ist es naheliegend, Erweiterungen der Markowitzschen Portfolio-Theorie zu betrachten, die auf Shortfallrisikomaßen basieren³.

Eine erste einfache Erweiterung der Markowitzschen Portfoliotheorie besteht dabei darin, die Erwartungswert-Varianz-Optimierung unter der Einführung einer Restriktion für die Shortfallwahrscheinlichkeit (Shortfall Constraint) durchzuführen⁴. Da zur Auflösung der Shortfall Constraint typischerweise die Normalverteilungsannahme getroffen wird, erlaubt diese Vor-

¹ Im Falle $z = E(X)$ reduziert sich dies auf die Semivarianz. Im Falle der Normalverteilung entspricht die Semivarianz der Hälfte der Varianz.

² Unter der Hypothese der Lognormalverteilung, der Standard-Referenzverteilung für Finanzmärkte, steigt der Umfang der Asymmetrie – und damit der Approximationsfehler bei Annahme einer Normalverteilung – mit der Länge des Investmenthorizonts. Auch Finanzpositionen, die Optionspositionen einschließen, können zu stark asymmetrischen Verteilungen führen. Zu weiteren relevanten Anwendungskonstellationen vgl. etwa Merriken (1994). Zu Konstellationen, in denen die Markowitzsche Portfoliotheorie problematische Resultate generiert, vgl. Rom/Ferguson (1994b).

³ Rom/Ferguson (1994a) sprechen von postmoderner Portfoliotheorie (PMPT).

⁴ Vgl. Albrecht/Maurer (2001, Abschnitt 6.3.4.2.2) sowie vertiefend Kalin/Zagst (1999).

gehensweise zwar die Kontrolle des Shortfalls, jedenfalls hinsichtlich seiner Wahrscheinlichkeitsdimension, nicht aber die Berücksichtigung der Verteilungsasymmetrie. Insofern behandeln wir im weiteren den Fall einer *Erwartungswert/Lower Partial Moment-Optimierung*.

Als Probleme der Portfoliooptimierung auf der Basis von Shortfallrisikomaßen sind zu nennen zunächst deren i.d.R. deutlich höhere Komplexität. Ferner besteht eine Sensitivität der Ergebnisse hinsichtlich der Wahl der Targetgröße. Ist die Höhe der Targetgröße eher unbestimmt, so kann man als Ersatzgrößen $z = 0$ (nominale Kapitalerhaltung), $z = E(X)$, $z = r_0$ (risikolose Verzinsung) oder $z = \text{Inflationsrate}$ (reale Kapitalerhaltung). Sensitivitätsprobleme bestehen auch hinsichtlich der Bestimmung der $LPM_n(z;R)$ -Größen, vor allem wenn z eine sehr kleine (insbesondere negative) Größe ist.

2. Erwartungswert/Lower Partial Moment-Optimierung

Bezeichne R_p die Rendite eines Portfolios mit Investmentvektor x_p , so lautet das E/LMP_n-Optimierungsproblem analog zum EV-Optimierungsproblem formal⁵ ($e := (1, \dots, 1)^T$):

$$\begin{aligned}
 Z(x_p) = LPM_n(z; R_p) &\rightarrow \min! \\
 &\text{unter den Bedingungen} \\
 E(R_p) &= c \\
 x_p^T e &= 1 \\
 x_p &\geq 0.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Intuitiv generiert man dabei bei Variation von c den E/LMP_n-effizienten bzw. in größerer Analogie zu Markowitz den E/LMP_n^{1/n}-effizienten Rand, dies werde durch die folgende Abbildung illustriert:

⁵ Unter Beschränkung auf die Basisrestriktionen für x_p .

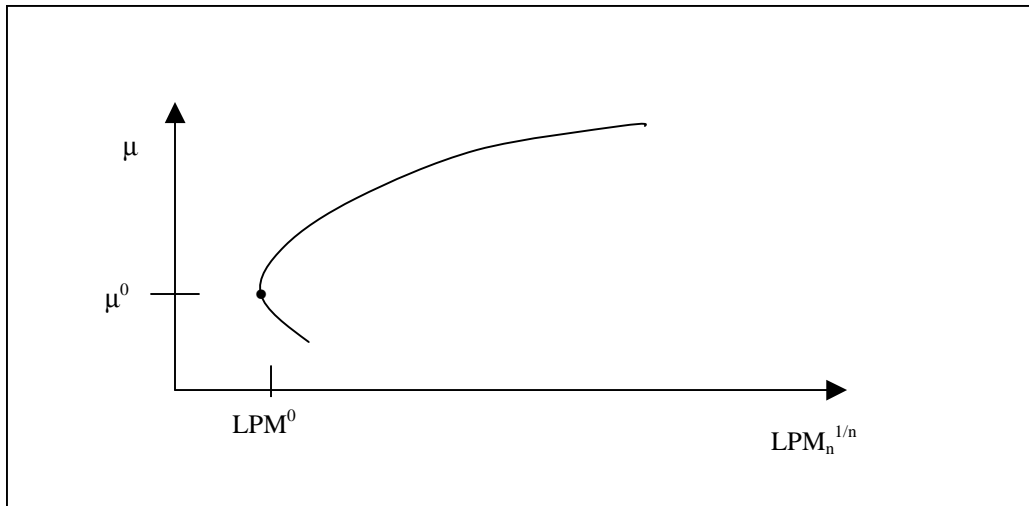


Abb. 1: E/LPM-effizienter Rand

Dabei bezeichne LPM^0 die $LPM_n^{1/n}$ -minimale Position und μ^0 den zugehörigen Erwartungswert⁶.

Zunächst offen ist dabei, inwiefern (2) überhaupt ein wohldefiniertes Optimierungsproblem darstellt und inwieweit die Konkavität des effizienten Randes gesichert ist. Für eine allgemeine Analyse verweisen wir auf den Anhang A. Als Resultat kann dabei festgehalten werden, dass die E/LPM-Optimierung in das Gebiet der konvexen Optimierung führt.

Neben der Wohldefiniiertheit der Problemstellung ergibt sich als weiteres Problem die Berechnung der betrachteten Lower Partial Moments im Portfoliofall. Hierzu bestehen die beiden im folgenden dargestellten Möglichkeiten.

Ein eher pragmatischer, aber einfach implementierbarer Weg wird von Harlow (1991, S. 33) beschrieben und geht aus von den beobachteten Renditen und der daraus resultierenden empirischen Verteilungsfunktion für die Portefeullerrendite. Konkret gehen wir aus von T Beobachtungsperioden und Renditerealisationen r_{it} der Rendite R_i in Periode t . Unter Annahme eines Investmentvektors (x_1, \dots, x_n) , besitzt dann die zugehörige Portefeullerrendite $R_P = R(x_1, \dots, x_n)$ die T Realisationen

$$r_{P1} = r_1(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n x_i r_{i1}, \dots, r_{PT} = r_T(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n x_i r_{iT} \quad .$$

⁶ Dabei wird die Abhängigkeit vom gewählten Target unterdrückt. Auch ist $\mu^0 \geq 0$ nicht garantiert.

Die Zielfunktion bestimmt sich damit zu

$$\begin{aligned}
 z(x) &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [z - r_t(x_1, \dots, x_n)]^k I_z(r_t(x_1, \dots, x_n)) \\
 &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[z - \sum_{i=1}^n x_i r_{it} \right]^k I_z(r_t(x_1, \dots, x_n)),
 \end{aligned}
 \tag{6a}$$

wobei wieder $I_z(x) = 1$ für $x < z$ und ansonsten $I_z(x) = 0$.

Die Nebenbedingungen für die Investmentvektoren (x_1, \dots, x_n) ergeben sich neben $x_i \geq 0$ und $\sum x_i = 1$ auf der Basis der Schätzung von $E(R_i)$ durch das Stichprobengegenstück $\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{it}$ zu

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^n x_i \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{it} \right) &= \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T x_i r_{it} \\
 &= \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t(x_1, \dots, x_n) = c.
 \end{aligned}
 \tag{6b}$$

In kondensierter Form lautet die E/LPM_n-Portfoliooptimierung damit

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{T} \sum (z - r_{pt})^k I_z(r_{pt}) \rightarrow \min! \\
 &\text{unter den Bedingungen} \\
 &\frac{1}{T} \sum r_{pt} = c \\
 &\sum x_i = 1, x_i \geq 0.
 \end{aligned}
 \tag{6c}$$

Eine aus theoretischer Sicht vorzuziehendere, aber aufwendigere Vorgehensweise basiert auf einer der Zerlegung der Portfoliovarianz nachgebildeten Vorgehensweise auf der Basis der Co-Lower Partial Moments⁷ CLPM_z^k.

⁷ Zu den Details vgl. Anhang B.

Für eine Portfoliorendite R_p mit Investmentvektor (x_1, \dots, x_n) gilt dabei insbesondere^{8 9}:

$$LPM_z^k(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i^2 LPM_z^k(R_i) + \sum_{i \neq j} x_i x_j CLPM_z^k(R_i, R_j). \quad (7)$$

Die Durchführung dieses Ansatzes erfordert die empirische Bestimmung der Lower Partial Moments der Einzelrenditen und sämtlicher Co-Lower Partial Moments, in der Regel durch die direkten Stichprobenstücke. Deren statistische Eigenschaften sind allerdings weitgehend unerforscht.

3. Empirische Ergebnisse

Empirische Vergleiche des traditionellen EV-Ansatzes mit dem E/LPM_n-Ansatz liegen für $n = 1, 2$ bzw. $n = 2$ von Harlow (1991) bzw. Schmidt-von Rhein (1996, 2000) vor. Die typische Struktur der Ergebnisse ist schematisch in Abbildung 2 festgehalten.

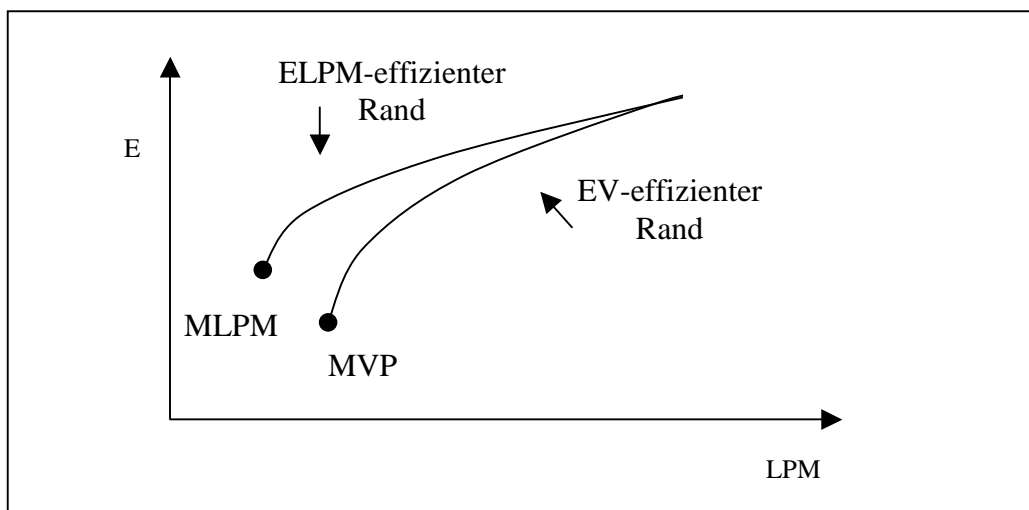


Abb. 2: Vergleich von ELPM- und EV-effizientem Rand im (LPM, E)-Koordinatensystem

⁸ Die Co-Lower Partial Moments sind nicht symmetrisch, vgl. Anhang B.

⁹ Eine vereinfachte approximative Beziehung entwickelt Nawrocki (1991), zu einer entsprechenden Diskussion vgl. Schmidt-von Rhein (2000, S. 597 f.).

Dargestellt sind hier die Ergebnisse im $(LPM_n^{1/n}, E)$ -Koordinatensystem. MVP bzw. MLPM bezeichnen das jeweilige Minimum Varianz-Portfolio bzw. Minimum Mean Lower Partial Moment Portfolio. Hinsichtlich des benutzten Shortfallrisikomaßes lassen sich somit typischerweise sowohl Risikoreduktionseffekte als auch Effizienzerhöhungen durch den ELPM-Ansatz erreichen.

Die Studie von Harlow (1991) betrachtet ein internationales Portfolioproblem mit währungsgesicherten Aktien- und Anleihepositionen gewichtet über 11 verschiedene Länder über die Untersuchungsperiode Januar 1980 – Dezember 1990 (Ex post-Optimierung). Angesichts der signifikanten Renditeasymmetrien lieferte z.B. der E/SV-Ansatz bei Wahl eines Targets von $z = 0$ eine deutlich bessere Verlustsicherung als der EV-Ansatz, bei jeweils gleichem Renditeerwartungswert. Dies hat auch Auswirkungen auf die Asset Allocation. Bei einem Renditeerwartungswert von 15 % lieferte der EV-Ansatz einen Anleiheanteil von 59.47 %, der E/SV-Ansatz hingegen einen entsprechenden Anteil von 67.17 %.

Schmidt-von Rhein (2000) kommt unter Verwendung von Quartalsrenditen für 15 Aktienmärkte zu den folgenden Schlüssen (S. 622 f.):

- 1) Für 11 der 15 Märkte waren die Renditen signifikant schief.
- 2) Der „Fehler“¹⁰ (Risikozuwachs), den man bei einer EV-Optimierung begeht, nimmt im Vergleich zur ESV-Optimierung in Richtung des risikominimalen Portfolios (i.d.R. deutlich) zu. Mit anderen Worten: Je risikoaverser der Anleger desto größer der „Fehler“ bei Durchführung einer EV-Optimierung.
- 3) Die Unterschiede zur EV-Optimierung nehmen zu mit der Zunahme des Abstandes von z zu $E(R)$.

Als Faustregel hält Schmidt-von Rhein (2000, S. 623) fest, dass der Approximationsfehler bei Durchführung einer EV-Approximation umso größer wird: a) je größer die Schiefe der Renditeverteilungen, b) je risikoaverser der Anleger und c) je größer der Abstand von z zur mittleren Assetrendite.

¹⁰ Dabei wird unterstellt, daß das Shortfallrisikomaß das korrekte Risikomaß ist.

4. Weitere Anwendungen des Erwartungswert/Lower Partial Moment-Ansatzes

Analog zur (EV-) Portfoliotheorie bei Annahme einer risikolosen Verzinsung und darauf aufbauend der Entwicklung des CAPM kann man auch eine E/LPM-Optimierung bei Einführung einer risikolosen Verzinsung (dabei ist diese auch die natürliche Wahl einer Targetverzinsung) sowie Kapitalmarktgleichgewichtsmodelle in einem E/LPM-Rahmen betrachten.

Parallel zur Konstruktion des risikoadjustierten Performancemaßes nach Sharpe (Sharpe-Ratio) können shortfallbasierte risikoadjustierte Performancemaße konstruiert werden. Größere Popularität hat dabei vor allem der Sortino-Ratio¹¹

$$SortR_z(R) = \frac{E(R) - z}{SSD_z(R)} \quad (8)$$

erlangt. Neben der Anwendung auf das Problem der Asset Allocation haben E/LPM-Ansätze insbesondere bei der Steuerung optionierter Finanztitelpositionen ihren Einsatz gefunden.

Schließlich soll abschließend auf den zum E/LPM₁-Ansatz verwandten Mean Absolute Deviation-Ansatz, der als Risikomaß die Größe

$$MAD(R) = E[|X - E(X)|] \quad (9)$$

verwendet. Dieser Ansatz besitzt insbesondere rechentechnische Vorteile, weil er auf Ansätze der linearen Optimierung zurückgeführt werden kann. Wählt man als Target $z = E(X)$, dann gilt die folgende einfache Beziehung zum LPM₁-Maß:

$$LPM_1(E(R); R) = \frac{1}{2} MAD(R). \quad (10)$$

¹¹ Vgl. Sortino/Price (1994).

5. Literaturhinweise

Portfoliotheoretische Fragestellungen mit LPM-Bezug behandeln Harlow (1991), Hogan/Warren (1972), Kalin/Zagst (1999), Maurer (2000), Maurer/Reiner (2001), Merriken (1994), Nawrocki (1991), Rom/Ferguson (1994 a,b), Schmidt-von Rhein (1996, 2000), Scheuenstuhl/Zagst (2000) sowie Sortino/Price (1994).

Kapitalmarktgleichgewichtsmodell mit LPM-Bezug sind dargestellt in Bawa/Lindenberg (1977), Harlow/Rao (1989), Hogan/Warren (1974), Lee/Rao (1988), Nantell/Price (1979) und Price/Price/Nantell (1982).

Anwendungen auf optionierte Positionen findet man etwa in Albrecht/Maurer/Stephan (1995), Marmer/Ng (1993) und Scheuenstuhl/Zagst (1998),

Zum MAD-Ansatz vgl. Konno/Yamazaki (1992) und Simaan (1997).

Beziehungen zur Bernoulli-Nutzentheorie im allgemeinen und zu Ansätzen der stochastischen Dominanz im besonderen behandeln Albrecht/Maurer/Möller (1999), Bawa (1975), Fishburn (1997), Gotoh/Konno (2000) sowie Ogryczak/Ruszczynski (1999).

Anhang A: Formale Analyse der E/LPM-Optimierung

Es bezeichne $R = (R_1, \dots, R_n)^T$ den Vektor der Renditen der betrachteten Wertpapiere und $x = (x_1, \dots, x_n)$ den zugehörigen Investmentvektor. Es werde vorausgesetzt, dass x über eine kompakte und konvexe Menge D variere. $R_p = x^T R$ ist die Rendite des Wertpapierportfolios mit Investmentvektor x . Die Zielfunktion des LPM-Portfoliooptimierungsproblems ist demnach

$$\begin{aligned} Z(x) &= LPM_k(z; R_p) \\ &= E[\max(z - x^T R, 0)^k]. \end{aligned} \tag{A.1}$$

Da $\max(z - x^T R, 0) \geq 0$, ist auch $E[\max(z - x^T R, 0)^k] \geq 0$ bzw. $LPM_k \geq 0$ für alle x . Ferner ist für $k \geq 1$ $Z(x)$ eine konvexe Funktion in $x \in D$. Dies kann man durch die folgende Überlegung verifizieren. Man zeigt zunächst, dass $g(y) = \max(y, 0)$ eine konvexe Funktion ist und benutzt anschließend, dass $E(\cdot)$ ein monotoner und linearer Operator ist. Damit ist das Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} Z(x) &\rightarrow \min! \\ x^T \mu &= c \\ x &\in D, \end{aligned} \tag{A.2}$$

wobei $\mu := (E(R_1), \dots, E(R_n))^T$ für jedes erreichbare c ein konvexes Optimierungsproblem.

Für die konvexe Funktion Z über einer konvexen Menge D gilt ferner generell die folgende Aussage (Nachweis als Übungsaufgabe): Die Funktion

$$F(c) := \min_{x \in D} \{Z(x); x^T \mu = c\}$$

ist eine konvexe Funktion. Damit ist die Konvexität der E/LPM_n -effizienten (E, LPM_n) -Kombinationen im (E, LPM_n) -Raum bzw. die Konkavität der Funktion $\mu = \mu(LPM_n)$ im (LPM_n, E) -Raum gesichert. Allerdings folgt hieraus nicht notwendigerweise, dass (für $k \geq 1$) $LPM_k^{1/k}$ eine konvexe bzw. $\mu = \mu(LPM_k^{1/k})$ eine konkave Funktion ist. Für den im Haupttext betrachteten Fall $k = 2$ der Shortfallvarianz muß daher eine zusätzliche Bedingung gestellt werden, um die Konvexität zu sichern. Üblicherweise fordert man die Konvexität von

In $LPM_z(\mu)$ bzw. in $SV(\mu)$. Diese zusätzliche Bedingung sei bei den Betrachtungen im Haupttext als erfüllt angenommen.

Anhang B: Co-Lower-Partial Moments

Ähnlich wie die Varianz kann das Lower-Partial-Moment einer (gewichteten) Summe von $(i=1, \dots, m)$ Zufallsgrößen $X = \sum w_i X_i$ aus den einzelnen Momenten sowie deren Interrelationsbeziehungen bestimmt werden. Für den Fall $n \geq 1$ gilt dabei die folgende Zerlegung:

$$\begin{aligned} LPM_z^n(X) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_i w_j CLPM_z^n(X_i, X_j) \\ &= \sum_{i=1}^m w_i^2 LPM_i^n(X_i) + \sum_{i \neq j} w_i w_j CLPM_z^n(X_i, X_j). \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

Dabei bezeichnet der Ausdruck $CLPM_z^n(X_i, X_j)$ das Co-Lower-Partial-Moment vom Grade n der Zufallsgrößen X_i und X_j . Die Co-Lower-Partial Moments sind dabei definiert als:

$$\begin{aligned} CLPM_z^n(X_i, X_j) &= E\left[(\max(z - X_i, 0))^{n-1} (z - X_j)\right] \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^z (z - x_i)^{n-1} (z - x_j) f(x_i, x_j) dx_i dx_j \\ &= E\left[(z - X_i^*)^{n-1} (z - X_j)\right], \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

wobei

$$X_i^* = \begin{cases} X_i & \text{für } X_i < z \\ z & \text{für } X_i \geq z. \end{cases}$$

Weiterhin gilt

$$\begin{aligned} CLPM_z^n(X_i, X_j) &= LPM_z^n(X_i) && \text{wenn } i = j; \\ CLPM_z^n(X_i, X_j) &\neq CLPM_z^n(X_j, X_i) && \text{wenn } i \neq j. \end{aligned}$$

Die Matrix der Co-Lower-Partial-Moments ist somit vergleichbar mit einer herkömmlichen Kovarianzmatrix, ohne allerdings ihre Symmetrieeigenschaft zu besitzen¹². Repräsentieren die einzelnen w_i Portefeuilleanteile, ist damit wie für die Varianz eine Separation von schätz- und

¹² Vgl. etwa Hogan/Warren (1974, S. 9). Intuitiv liegt dies daran, dass der nicht risikorelevante Wertebereich (z, ∞) jeweils alternativ für X_i bzw. X_j nicht in die Berechnung eingeht.

Risikoquantifizierung möglich. Zunächst kann aus den vorliegenden Daten die Matrix der Co-Lower-Partial-Moments mit den entsprechenden Stichprobengegenständen von (B.2) geschätzt werden. Anschließend wird durch Variation der Portefeuillegewichte das Gesamtrisiko bestimmt.

Literatur

Albrecht, P., R. Maurer (2001): Investment, Vorlesungsskriptum, Universität Mannheim/Universität Frankfurt.

Albrecht, P., R. Maurer, M. Möller (1999): Shortfall-Risiko/Excess-Chance-Entscheidungskalküle: Grundlagen und Beziehungen zum Bernoulli-Prinzip, Zeitschrift für Wirtschafts- und Sozialwissenschaften 118, S. 249 – 274.

Albrecht, P., R. Maurer, T.G. Stephan (1995): Shortfall-Performance rollierender Wertsicherungsstrategien, Finanzmarkt und Portfolio Management 9, S. 197 – 209.

Bawa, V.S. (1975): Optimal Rules for Ordering Uncertain Prospects, Journal of Financial Economics 2, S. 95 – 121.

Bawa, V.S., E.B. Lindenberg (1977): Capital Market Equilibrium in a Mean-Lower Partial Moment Framework, Journal of Financial Economics 5, S. 189 – 200.

Fishburn, P.C. (1977): Mean Risk Analysis with Risk Associated with Below Target Returns, American Economic Review 67, S. 116 – 126.

Gotoh, J., H. Konno (2000): Third Degree Stochastic Dominance and Mean-Risk Analysis, Management Science 37, S. 519 – 531.

Harlow, W.V. (1991): Asset Allocation in a Downside-Risk Framework, Financial Analysts Journal, September/October, S. 28 – 40.

Harlow, W.V., R.K.S. Rao (1989): Asset Pricing in a Generalized Mean Lower Partial Moment Framework: Theory and Evidence, Journal of Financial and Quantitative Analysis 24, S. 285 – 311.

Hogan, W.V., J.M. Warren (1972): Computation of the Efficient Boundary in the E-S Portfolio Selection Model, Journal of Financial and Quantitative Analysis 7, S. 1881 – 1897.

- Hogan, W.V., J.M. Warren* (1974): Towards the Development of an Equilibrium Capital-Market Model Based on Semivariance, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 9, S. 1 – 11.
- Kalin, D., R. Zagst* (1999): Portfolio Optimization: Volatility Constraints versus Shortfall Constraints, *OR Spektrum* 21, S. 97 – 122.
- Konno, H., H. Yamazaki* (1991): Mean absolute deviation portfolio optimization model and its application to Tokyo stock market, *Management Science* 37, S. 519 – 531.
- Lee, W.Y., R.K.S. Rao* (1988): Mean Lower Partial Moment Valuation and Lognormally Distributed Returns, *Management Science* 34, S. 446 – 453.
- Marmer, H.S., F.K.L. Ng* (1993): Mean Semivariance Analysis of Option-Based Strategies: A Total Asset Mix Perspective, *Financial Analysts Journal*, May – June 1993, S. 47 – 54.
- Maurer, R.* (2000): Integrierte Erfolgssteuerung in der Schadenversicherung auf der Basis von Risiko-Wert-Modellen, Karlsruhe.
- Maurer, R., F. Reiner* (2001): International Asset Allocation with Real Estate Securities in a Shortfall-Risk Framework: The Viewpoint of German and US Investors, Arbeitspapier, Universität Frankfurt.
- Merriken, H.E.* (1994): Analytical Approaches to Limit Downside Risk: Semivariance and the Need for Liquidity, *Journal of Investing*, Fall 1994, S. 65 – 72.
- Nantell, T.J., B. Price* (1979): An Analytical Comparison of Variance and Semivariance Capital Market Theories, in: *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 14, 1979, S. 221 – 242.
- Nawrocki, D.* (1991): Optimal algorithms and lower partial moment: ex post results, in: *Applied Economics* 23, S. 465 – 470.
- Ogryczak, W., A. Ruszczyński* (1999): From stochastic dominance to mean-risk models: Semideviations as risk measures, *European Journal of Operational Research* 116, S. 33 – 50.
- Price, K., B. Price, T.J. Nantell* (1982): Variance and lower partial moment measures of systematic risk: Some analytical and empirical results, *Journal of Finance* 37, S. 843 – 855.
- Rom, B.M., K. Ferguson* (1994a): Post-Modern Portfolio Theory Comes of Age, *Journal of Investing*, Fall 1994, S. 11 – 17.
- Rom, B.M., K. Ferguson* (1994b): “Portfolio Theory is Alive and Well”: A Response, *Journal of Investing*, Fall 1994, S. 24 – 44.

- Scheuenstuhl, G., R. Zagst* (1998): Asymmetrische Renditestrukturen und ihre Optimierung im Portfoliomanagement mit Optionen, in: *Kutscher, C., G. Schwarz* (Hrsg.): Aktives Portfolio Management, Zürich, S. 153 – 174.
- Scheuenstuhl, G., R. Zagst* (2000): Portfoliosteuerung bei beschränktem Verlustrisiko, in: *Johanning, L., B. Rudolph* (Hrsg.): Handbuch Risikomanagement, Bad Soden/Ts., Band 2, S. 941 – 971.
- Schmidt-von Rhein, A.* (1996): Die Moderne Portfoliotheorie im praktischen Wertpapiermanagement, Bad Soden/Ts.
- Schmidt-von Rhein, A.* (200): Portfoliooptimierung mit der Ausfallvarianz, in: *Kleeberg/Rehkugler* (Hrsg.): Handbuch Portfoliomanagement, Bad Soden/Ts., S. 591 – 625.
- Simaan, Y.* (1997): Estimation Risk in Portfolio Selection: The Mean Variance Model Versus the Mean Absolute Deviation Model, *Management Science* 43, S. 1437 – 1446.
- Sortino, F.A., L.N. Price* (1994): Performance Measurement in a Downside Risk Framework, *Journal of Investing*, Fall 1994, S. 59 – 64.